

CHƯƠNG II

HỒ LÊ C PHONG

Bài 3. VECTƠ CHÍNH VÀ MÔMEN CHÍNH CỦA HỒ LÊ C PHONG

I. Vectơ chính của hồ lư c pho ng

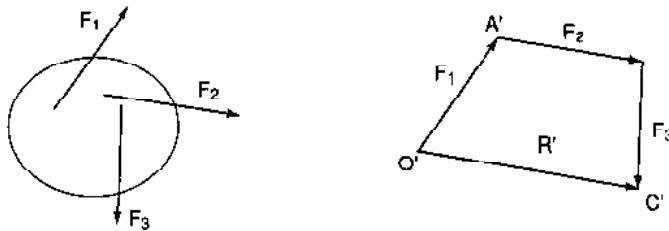
1. Định nghĩa

Cho hồ lư c pho ng $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ Vectơ chính của hồ lư c, ký hiệu $\vec{R}'$ là vectơ tđng của các vectơ hồ lư c.

$$\vec{R}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (3.1)$$

2. Xác định vectơ chính của hồ lư c pho ng

Có thể sử dụng phương pháp vẽ đa giác hồ lư c. Trong trường hợp này, đa giác hồ lư c là đa giác đóng (H3 – 1)



H3 - 1

Cũng có thể xác định vectơ chính qua các hình chiếu của nó trên các trục tọa độ vuông góc.

$$R'_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \dots + \vec{F}_{nx} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ix} \quad (3.2)$$

$$R'_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \dots + \vec{F}_{ny} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{iy}$$

Trục và phương chiếu của vectơ chính để xác định theo công thức:

$$R' = \sqrt{R'^2_x + R'^2_y}, \quad \cos \alpha = \frac{R'_x}{R'}, \quad \cos \beta = \frac{R'_y}{R'} \quad (3.3)$$

(α, β là góc hợp bởi $\vec{R}'$ và các trục Ox, Oy)

II. Mômen chính của hồ lư c pho ng đ i v i m t đ i m

1. Mômen của m t hồ lư c đ i v i m t đ i m

Mômen của m t hồ lư c đ i v i đ i m O, ký hiệu $\vec{m}_0(\vec{F})$ là m t đ i hồ lư c đ i s .

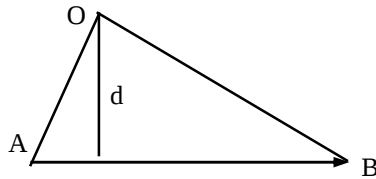
$$\vec{m}_0(\vec{F}) = \pm Fd \quad (\text{Nm}) \quad (3.4)$$

Trong đó: F là trục của hồ lư c, d là khoảng cách vuông góc từ O đến đường tác động của hồ lư c.

Qui ước: $\vec{m}_0(\vec{F}) > 0$ khi hồ lư c có chiều quay quanh O ngược chiều kim đồng hồ
 $\vec{m}_0(\vec{F}) < 0$ trong trường hợp ngược lại.

Chú ý: – Mômen của hồ lư c đ i v i đ i m bng O khi hồ lư c đi qua đ i m hồ lư c (d = 0). V trục, mômen của hồ lư c đ i v i đ i m bng hai lần diện tích tam giác có đỉnh là đ i m hồ lư c, có đáy là vectơ hồ lư c.

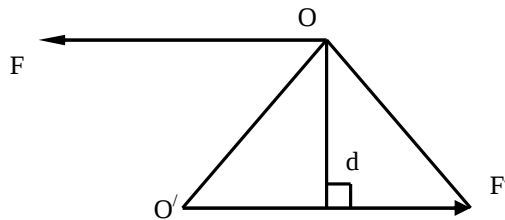
$$|\vec{m}_O(\vec{F})| = 2 \text{ dt } \Delta OAB$$



H3-2

– Mômen của ngẫu lực bằng mômen của một lực thành phần đi vào và đi ra nằm trên đường tác động của lực thành phần kia.

$$\vec{m} = Fd = m_{O'}(\vec{F}) = m_O(\vec{F}') \quad (3.5)$$

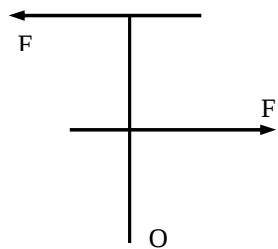


(O nằm trên đường tác động của $\vec{F}$ & O' nằm trên đường tác động của $\vec{F}'$)

H3 – 3

– Mômen của ngẫu lực $(\vec{F}, \vec{F}')$ đi vào một điểm O bất kỳ (tức tổng mômen của lực $\vec{F}$ và $\vec{F}'$ đi vào O) chính bằng mômen của ngẫu lực.

$$\vec{m} = \vec{m}_O(\vec{F}) + \vec{m}_O(\vec{F}')$$



H3 – 4

2. Mômen chính của hệ lực phẳng đi vào và đi ra một điểm

Mômen chính của hệ lực phẳng đi vào và đi ra điểm O là đại lượng đi vào, ký hiệu $\vec{m}^O$ bằng tổng mômen của các lực của hệ lực đi vào và đi ra điểm O.

$$\vec{m}^O = \vec{m}_O(\vec{F}_1) + \vec{m}_O(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_O(\vec{F}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_i) \quad (3.6)$$

Nhìn xét

– Vectơ chính thì do, còn mômen chính phụ thuộc vào điểm lấy mômen, nghĩa là mômen chính đi vào và đi ra hai điểm khác nhau sẽ khác nhau.

$$\vec{m}^O = \vec{m}^{O'} + \vec{m}_{O'}(\vec{R}_O) \quad (3.7)$$

Trong đó: $\vec{m}^O$ và $\vec{m}^{O'}$ là mômen chính của hệ lực đi vào và đi ra O và O' tương ứng

$\vec{m}_{O'}(\vec{R}_0')$ là mômen đối với điểm O' của vectơ chính đặt tại điểm O .

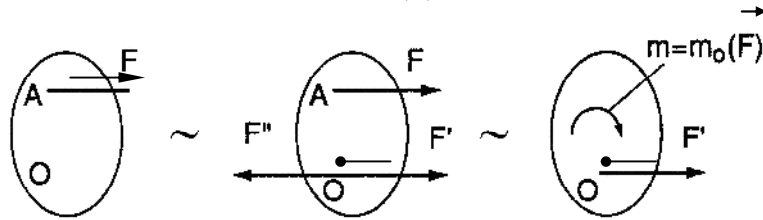
– Đối với hệ lực đang quy thì mômen chính của hệ lực đối với điểm đang qui bằng 0.

– Đối với hệ ngẫu lực thì vectơ chính của hệ ngẫu lực luôn bằng 0, còn mômen chính của hệ ngẫu lực đối với điểm bất kỳ O nào cũng bằng mômen của ngẫu lực tính cùng (tức là bằng tổng mômen của các ngẫu lực thành phần của hệ ngẫu lực).

Bài 4. THU GỌN HỆ LỆ C PHONG**I. Định lý dời trục song song**

Lực $\vec{F}$ dời trục tại A thì tương đương với tác dụng của nó dời trục tại O (lực $\vec{F}'$) và mômen ngẫu lực có mômen bằng mômen của lực $\vec{F}$ dời trục về điểm O.

$$\vec{F} \sim [\vec{F}' \text{ \& } \vec{m} = \vec{m}_0(\vec{F})] \quad (4.1)$$



H4 - 1

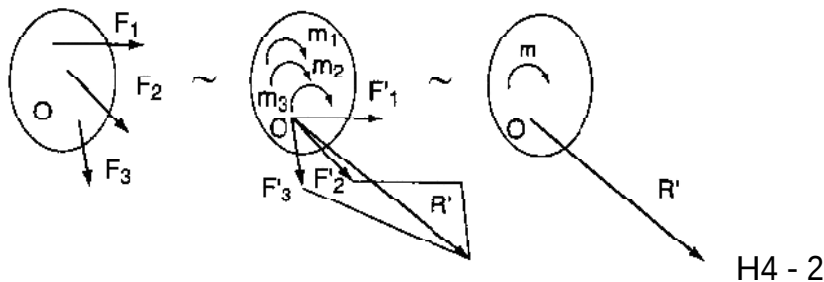
Chứng minh: Dời trục tại O hai lực cân bằng $(\vec{F}', \vec{F}'')$ có cùng trục song song với lực $\vec{F}$.

Theo tiên đề 2, ta có $\vec{F} \sim (\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}'') \sim [\vec{F}']$ và $(\vec{F}, \vec{F}'')$

$(\vec{F}, \vec{F}'')$ là mômen ngẫu lực có mômen $\vec{m} = \vec{m}_0(\vec{F})$ (Theo công thức 3.5)

II. Thu gọn hệ lực phẳng về một tâm

Lấy một điểm O trong mặt phẳng tác dụng của hệ lực gọi là tâm thu gọn. Áp dụng định lý dời trục song song dời các lực về tâm O.



H4 - 2

$$\vec{F}_1 \sim \vec{F}_1' \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_1 = \vec{m}_0(\vec{F}_1)$$

$$\vec{F}_2 \sim \vec{F}_2' \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_2 = \vec{m}_0(\vec{F}_2)$$

.....

$$\vec{F}_n \sim \vec{F}_n' \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_n = \vec{m}_0(\vec{F}_n)$$

Như vậy: Thu gọn hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ về tâm O, ta được hệ lực $(\vec{F}_1', \vec{F}_2', \dots, \vec{F}_n')$ dời trục tại O và hệ ngẫu lực phẳng $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$

* Theo kết quả bài 3, hệ lực dời trục tại O có hợp lực đi qua O, được biểu diễn bằng vectơ chính của hệ lực đã cho dời trục tại O (vectơ chính của hệ lực dời trục tại O và vectơ chính của hệ lực đã cho bằng nhau).

$$\vec{R}_0' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{R}' \quad (4.2)$$

Trong đó: $\vec{R}_0'$ là hợp lực của hệ lực dời trục tại O

$\vec{R}'$ là vectơ chính của hệ lực phẳng đã cho.

* Hệ ngườu lực phẳng $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$, theo định lý 4.5 thì hệ ngườu lực và mômen ngườu lực $\vec{m}$ nằm trong mặt phẳng chứa hệ lực.

$$\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \dots + \vec{m}_n = \vec{m}_0(\vec{F}_1) + \vec{m}_0(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_0(\vec{F}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_i) = \vec{m}^0 \quad (4.3)$$

Đưa vào (4.2) và (4.3) ta có định lý:

Định lý (4.2): Hệ lực phẳng bất kỳ thì hệ ngườu lực và mômen ngườu lực đối với một điểm tùy ý cùng nằm trong mặt phẳng tác động chứa hệ lực. Chúng đồng quy là lực và ngườu lực thu gọn. Lực thu gọn đặt tại tâm thu gọn, có vectơ chính bằng vectơ chính chứa hệ lực còn ngườu lực thu gọn có mômen bằng mômen chính chứa hệ lực đối với tâm thu gọn.

Chú ý: – Phép cộng, chiếu và trục hệ lực thu gọn không phụ thuộc vào tâm thu gọn vì vectơ chính là vectơ tự do.

– Ngườu lực thu gọn phụ thuộc vào tâm thu gọn vì nó được tính theo công thức (3.7) khi tâm thu gọn thay đổi.

III. Các dạng chuấn của hệ lực phẳng

Tổng quát thu gọn hệ lực phẳng về một tâm, ta nhận được các dạng chuấn sau :

1. Hệ lực phẳng cân bằng khi vectơ chính và mômen chính đối với một điểm bất kỳ triệt tiêu:

$$\vec{R}' = 0, \vec{m}^0 = 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$$

2. Hệ lực phẳng thì hệ ngườu lực và mômen chính đối với một điểm bất kỳ không triệt tiêu.

$$\vec{R}' = 0, \vec{m}^0 \neq 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{m}^0$$

Trong hai trường hợp trên, vì $\vec{R}' = 0$ nên theo công thức (5.7), mômen chính đối với một tâm đều bằng nhau. Trong trường hợp (a) bằng 0 đối với một tâm, còn trong trường hợp (b) bằng $\vec{m}^0$ đối với một tâm.

3. Hệ lực phẳng có hợp lực:

$$* \text{ Khi } \vec{R}' \neq 0, \vec{m}^0 = 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R}'_0$$

$$* \text{ Khi } \vec{R}' \neq 0, \vec{m}^0 \neq 0:$$

Hệ lực thu về tâm O được mô tả bởi $\vec{R}'_0$ và mômen ngườu lực $\vec{m}^0$. Theo định lý d'Álembert song song, có thể đưa về một lực có phương chiều và trục song phương chiều và trục của vectơ chính bằng đặt tại điểm O' khác O cách O một đoạn $h = \frac{m^0}{R'}$, sao cho mômen của hợp lực $\vec{R}$ đối với điểm O bằng $\vec{m}^0$, tức là:

$$\vec{m}_0(\vec{R}) = \vec{m}^0 = \sum_{i=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_i)$$

Bài 5. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG VÀ CÁC PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG CỦA HỒ LÊ C PHONG

1. Điều kiện cân bằng

Định lý 5.1: Điều kiện cân và để để hệ lực phẳng cân bằng là vectơ chính và mômen chính của hệ lực đối với một điểm bất kỳ phải đồng thời triệt tiêu.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \\ \vec{m}^o = \sum_{i=1}^n \vec{m}_o(\vec{F}_i) = 0 \end{array} \right\} \quad (5.1)$$

Chứng minh: – Điều kiện cân để chứng minh đưa vào các dòng chuẩn của hệ lực, vì nếu điều kiện (5.1) không thỏa mãn thì hệ lực phẳng hoặc tổng động lượng và mômen của hệ lực không thỏa mãn tiên đề 1.

– Điều kiện để là hiển nhiên vì khi vectơ chính bằng 0, hệ lực thu gọn về tâm 0 sẽ đồng thời bằng 0, tức là thu gọn về hai lực. Nếu ngược lại cân bằng 0 thì hai lực đó là hai lực cân bằng.

2. Các phương trình cân bằng của hệ lực phẳng

Điều kiện (5.1) có thể viết dưới dạng các phương trình đồng thời là phương trình cân bằng. Có 3 dạng phương trình cân bằng:

– Dạng 1: Điều kiện cân và để để hệ lực cân bằng là tổng hình chiếu các lực lên hai trục tọa độ vuông góc và tổng mômen các lực đối với một điểm bất kỳ đồng thời triệt tiêu.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iy} &= 0 \\ \sum \bar{m}_o(\vec{F}_i) &= 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

– Dạng 2: Điều kiện cân và để để hệ lực phẳng cân bằng là tổng hình chiếu của các lực lên một trục và tổng momen các lực đối với hai điểm A & B tùy ý triệt tiêu, với điều kiện AB không vuông góc với trục chiếu.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \bar{m}_A(\vec{F}_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \bar{m}_B(\vec{F}_i) &= 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

– Dạng 3: Điều kiện cân và để để hệ lực phẳng cân bằng là tổng momen của các lực đối với 3 điểm A, B, C không thẳng hàng triệt tiêu.

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n \bar{m}_A(\vec{F}_i) &= 0 \\
\sum_{i=1}^n \bar{m}_B(\vec{F}_i) &= 0 \\
\sum_{i=1}^n \bar{m}_C(\vec{F}_i) &= 0
\end{aligned} \tag{5.4}$$

3. Điều kiện cân bằng của vật rắn không trượt

Trên một hệ trục vật rắn không trượt, ngoài các lực chủ động tác động lên vật rắn còn có các phản lực liên kết. Gọi phóng các liên kết, ta có vật trượt do cân bằng chịu tác động của hệ gồm có các lực tác động và các phản lực liên kết.

Bài 6. CÁC BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC

I. Bài toán cân bằng tĩnh

Trong thực tế ta thường gặp kết cấu gồm nhiều vật liên kết với nhau và cùng cân bằng, đó là hệ vật cân bằng.

Có hai phương pháp giải bài toán hệ vật cân bằng:

1. Phương pháp tách vật

- Chọn mỗi vật riêng làm vật khảo sát bằng cách vẽ riêng từng vật riêng.
- Xác định hình thức tác động lên mỗi vật đó sau khi giải phóng liên kết.
- Lập và giải các phương trình cân bằng cho mỗi vật.

Chú ý: Mỗi vật cân bằng dưới tác động của hình thức phương nên có thể viết được 3 phương trình cân bằng độc lập. Nếu hệ có n vật riêng thì có thể đã $3n$ phương trình cân bằng độc lập.

- Nhận định kết quả và biện luận.

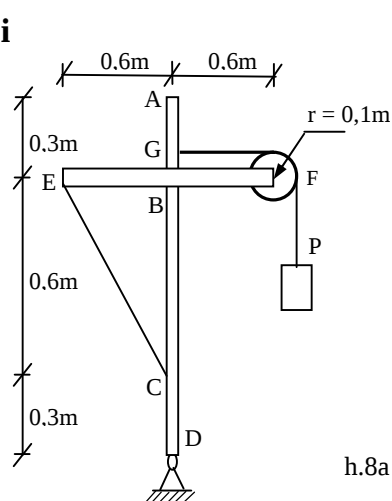
2. Phương pháp hình thành

Từng vật như trên gồm 4 bước. Đầu tiên ta hoá riêng các hệ và viết được 3 phương trình cân bằng, sau đó tách ra khỏi hệ $(n - 1)$ vật và lập được $3(n - 1)$ phương trình cân bằng tiếp theo.

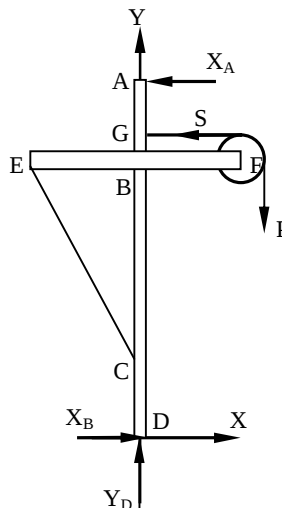
Với phương trình này nếu hệ có n vật riêng thì số phương trình cân bằng tối đa là: $3 + 3(n - 1) = 3n$.

Ví dụ: Một kết cấu treo vật nặng $P = 1680\text{N}$ bằng sợi dây vật qua ròng rọc F và buộc vào cột AB tại G . Thanh EBF gắn chốt tại B và đỡ cột giằng ngang bằng sợi dây EC như (H8.1a). Xác định lực căng T của dây EC và phản lực tại A, B, D . Bỏ qua trọng lượng của các thanh, dây, ròng rọc và ma sát của ròng rọc.

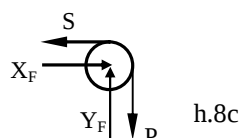
Giải



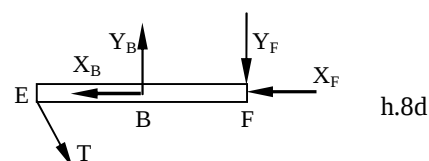
h.8a



h.8b



h.8c



h.8d

Sơ đồ nguyên phương pháp như hình vẽ.

* Chọn vật khảo sát:

- Hộp vật (H8.1b).
- Ròng rọc treo F (H8.1c).
- Thanh EBF (H8.1d).

* Xác định hình thức của tác động lên mỗi vật.

Sau khi GPLK: Hộp vật cân bằng dưới tác động của các lực $(\vec{X}_A, \vec{X}_D, \vec{Y}_D, \vec{P})$

Ròng rọc treo F cân bằng dưới tác động của các lực $(\vec{S}, \vec{P}, \vec{X}_F, \vec{Y}_F)$

Thanh EBF cân bằng dưới tác động của các lực $(\vec{T}, \vec{X}_B, \vec{Y}_B, \vec{X}_F, \vec{Y}_F)$

- Lập phương trình cân bằng cho mỗi vật.

Đứng 1 cho hộp vật:

$$\sum X = -X_A + X_D = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y = Y_D - P = 0 \quad (2)$$

$$\sum \bar{m}_D = 1,4X_A - 0,6P = 0 \quad (3)$$

$$(3) \rightarrow X_A = \frac{0,6P}{1,4} = 720\text{N}$$

$$(1) \rightarrow X_D = X_A = 720\text{N}$$

$$(2) \rightarrow Y_D = P = 1680\text{N}$$

Đứng 1 cho ròng rọc F

$$\sum X = X_F - S = 0 \quad (4)$$

$$\sum Y = Y_F - P = 0 \quad (5)$$

$$\sum \bar{m}_F = rS - rP = 0 \quad (6)$$

$$(6) \rightarrow S = P = 1680\text{N}$$

$$(4), (5) \rightarrow X_F = Y_F = P = 1680\text{N}$$

Đứng 2 cho thanh EPF

$$\sum X = T \cos \alpha - X_B - X_F = 0 \quad (7)$$

$$\sum \bar{m}_E = 0,6Y_B - 1,1Y_F = 0 \quad (8)$$

$$\sum \bar{m}_B = 0,6T \sin \alpha - 0,5Y_F = 0 \quad (9)$$

$$(9) \rightarrow T = \frac{0,5Y_F}{0,6 \sin \alpha} = 1750\text{N}$$

$$(8) \rightarrow Y_B = \frac{1,1Y_F}{0,6} = 3080\text{N}$$

$$(7) \rightarrow X_B = T \cos \alpha - X_F = -630\text{N}$$

Vậy X_B ngược chiều đã chọn

II. Ma sát**1. Phân loại liên kết tại các mặt tiếp xúc**

Trong thực tế, tại chỗ tiếp xúc giữa hai vật không phải là tiếp xúc điểm mà tiếp xúc theo đường hoặc mặt. Phân loại xuất hiện tại chỗ tiếp xúc là mặt phẳng. Thu hoạch này về tâm thu gọn, ta được phân loại liên kết $\vec{R}$ và mômen ngoại liên kết $\vec{M}$ cùng nằm trong mặt phẳng tiếp xúc.

Phân loại liên kết có thể phân ra:

$$\begin{aligned} \vec{R} & \begin{cases} \vec{N}: \text{Có phương pháp tuyến với mặt tiếp xúc} \\ \vec{T}: \text{Có phương pháp tiếp tuyến với mặt tiếp xúc} \end{cases} \\ \vec{M} & \begin{cases} \vec{M}_x: \text{Nằm trong mặt phẳng tiếp tuyến} \\ \vec{M}_l: \text{Nằm trong mặt phẳng vuông góc với phương pháp tiếp tuyến.} \end{cases} \end{aligned}$$

Khi hai vật tiếp xúc dịch chuyển hay có khuynh hướng dịch chuyển tương đối với nhau. Các liên kết trên có tác động cản trở chuyển động.

$$\vec{T}: \text{Cản trở}$$

$$\vec{M}_l: \text{Cản lăn}$$

$$\vec{M}_x: \text{Cản xoay}$$

2. Các loại ma sát

- a. Định nghĩa: Các phân loại liên kết của mặt tiếp xúc gây cản trở chuyển động hay xu hướng chuyển động của vật tiếp xúc trên nó được gọi là:

$$\vec{T}: \text{Loại ma sát trượt}$$

$$\vec{M}_l: \text{Ngẫu nhiên ma sát lăn}$$

$$\vec{M}_x: \text{Ngẫu nhiên ma sát xoay}$$

b. Tính chất

- Chúng đều cản trở chuyển động hoặc xu hướng chuyển động
- Chúng xuất hiện ở chỗ tiếp xúc trượt, lăn, xoay.
- Trượt: $0 \leq T \leq fN$

$$0 \leq M_l \leq f_l N$$

$$0 \leq M_x \leq f_x N$$

trong đó: f : Là hệ số ma sát trượt.

f_l : Là hệ số ma sát lăn (m).

f_x : Là hệ số ma sát xoay (m).

- Khi ở trạng thái tĩnh thì $\vec{T}$, $\vec{M}_l$, $\vec{M}_x$ có trị số luôn bằng 0, mômen liên kết tác động lên vật gây xu hướng trượt, lăn, xoay.

- Khi lực và mômen lực tác động có trục song song các trục có chiều của chúng:

$$T_{\max} = fN$$

$$M_{l\max} = f_l N$$

$$M_{x\max} = f_x N \text{ (thì vật bắt đầu trượt, lăn hoặc xoay)}$$

- Các hệ số f , f_l , f_x chỉ phụ thuộc vào tính chất của mặt tiếp xúc, không phụ thuộc vào diện tích tiếp xúc.
- Hệ số ma sát động nhỏ hơn hệ số ma sát tĩnh.

3. Điều kiện cân bằng khi có ma sát

a. Điều kiện cân bằng tổng quát – Miền cân bằng

Ngoài các phương trình cân bằng chung, khi có ma sát còn phải thêm các phương trình và bất phương trình:

Hình chiếu các lực lên phương trình trượt:

$$\sum x \leq fN$$

Mômen của các lực gây lăn:

$$\sum \bar{m}_l(\vec{F}_i) \leq f_l N$$

Mômen của các lực gây xoay:

$$\sum \bar{m}_x(\vec{F}_i) \leq f_x N$$

Do có bất phương trình nên bài toán ma sát có tập hợp nghiệm làm thành miền cân bằng. Ngoài ra trong các bài toán ma sát còn có thể đặt ra các điều kiện:

- Lăn không trượt: $\sum x \leq fN$
 $\sum \bar{m}_l(\vec{F}_i) \geq f_l N$
- Không lăn, không trượt: $\sum x \leq fN$
 $\sum \bar{m}_l(\vec{F}_i) \leq f_l N$
- Không lăn, không xoay, không trượt: $\sum x \leq fN$
 $\sum \bar{m}_l(\vec{F}_i) \leq f_l N$
 $\sum \bar{m}_x(\vec{F}_i) \leq f_x N$
- Vừa lăn, vừa xoay, vừa trượt: $\sum x \geq fN$
 $\sum \bar{m}_l(\vec{F}_i) \geq f_l N$
 $\sum \bar{m}_x(\vec{F}_i) \geq f_x N$

b. Phấn li c toàn phấn, góc ma sát, nón ma sát

Xét trờ ng h p ma sát trờ t, phấn li c liên k t toàn phấn trong trờ ng h p này là: $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$

$$N = R \cos$$

$$T = R \sin$$

$$T \leq f N$$

$$\text{nên } T \leq f R \cos$$

$$\text{hay } R \sin \leq f R \cos \rightarrow \tan \leq f$$

Trờ ng h p $T_{\max}$ thì $R_{\max}$ và trờ ng trờ ng $\tan \leq f$ (φ : góc ma sát). Khi không trờ t thì $T < fN$, suy ra $\vec{R}$ nằm trong góc φ . Xu h trờ t có th đi n ra theo m i phía, do đó hình nón trờ ng trờ v i góc φ đ c g i là nón ma sát và đi u ki n không trờ t có th nêu: “phấn li c toàn phấn $\vec{R}$ ph i nằm trong nón ma sát”.

Ví d : Xác đ nh góc nghiêng đ kh i tr c bán kính R đ t trên m t ph ng nghiêng cân b ng. Cho bi t h s ma sát trờ t gi a kh i tr v i m t nghiêng OA là f và h s ma sát l n là μ .

Gi i

Kh o sát kh i tr O cân b ng

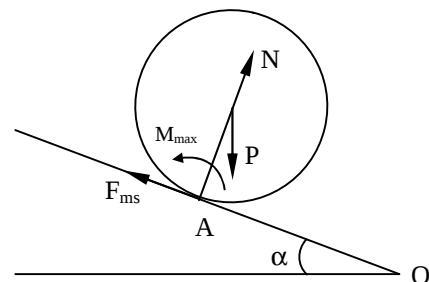
$$\text{H li c tác đ ng: } (\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}_{ms}, M_1) \sim 0$$

H ph trờ ng trình cân b ng:

$$\sum X = P \sin \alpha - F_{ms} = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y = -P \cos \alpha + N = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_A = -PR \sin \alpha + M_1 = 0 \quad (3)$$



H8 - 2

$$\text{V i } F_{ms} \leq f N$$

$$M_1 \leq \mu N$$

$$(2) \rightarrow N = P \cos \alpha$$

$$(1) \rightarrow P \sin \alpha - f P \cos \alpha = 0 \rightarrow \tan \alpha = f$$

$$(3) \rightarrow PR \sin \alpha - \mu P \cos \alpha = 0 \rightarrow \tan \alpha = \frac{\mu}{R}$$

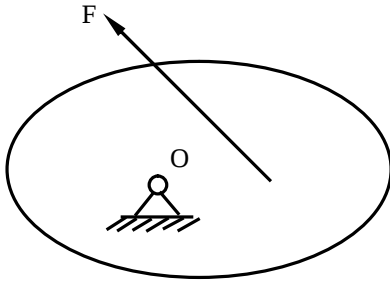
Th trờ ng thì $\frac{\mu}{R}$ r t nh so v i f nên đi u ki n đ cân b ng: $\tan \alpha \leq \frac{\mu}{R}$. N u tăng đ n thì v t s l n ($\tan \alpha \leq f$),

Khi $\tan \alpha > f$ v t v a l n v a tr t.

III. Cân bằng đòn phòn và vò t l t

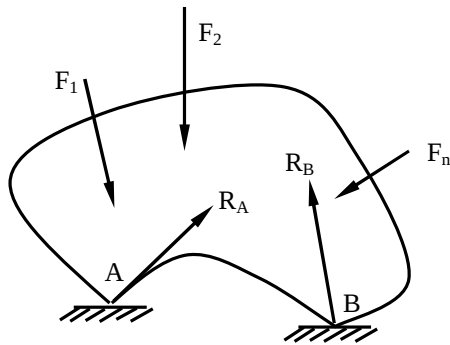
1. Đòn phòn

Đòn phòn là vò t ròn quay đò c quanh m t tr c c đònh, các l c tác đòng lên vò t ròn đòu nòm trong m t phòn vuòn gòc vò i tr c này. Giao đòim c a tr c này và m t phòn ch a l c tác đòng đò c gò i là đòim t a c a đòn.



Ta có đòu kiòn còn và đò đò đòn phòn cân bòn là: "Tòng mòmèn c a c a các l c tác đòng lên đòim t a c a đòn phòn bòn khòn" $\sum \vec{m}_0(\vec{F}_i) = 0$

2. Vò t ròn l t đò c



Gi s vò t ròn chòu tác đòng c a h l c $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ và các liên k t t a t i A & B là $\vec{R}_A$ & $\vec{R}_B$.

Vò t ròn cân bòn nòu $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n, \vec{R}_A, \vec{R}_B) \sim 0$.

Nòu h l c ch đòng tác đòng lên vò t ròn đòn đòn m t liên k t ch còn l i m t liên k t.

$$R_A \neq 0 \quad ; \quad R_B = 0$$

$$\text{ho c } R_B \neq 0 \quad ; \quad R_A = 0$$

Khi đò vò t ròn có thò quay quanh A ho c B. Hay ta nói: vò t có thò l t quanh A ho c B.

Ta có đòu kiòn cân bòn c a vò t ròn nh sau:

Khòn l t quanh A: $\sum \vec{m}_A(\vec{F}_i) = 0$

Khòn l t quanh B: $\sum \vec{m}_B(\vec{F}_i) = 0$

Trong th c t, ngò i ta c n c vào xu h òng l t c a vò t ròn và phân lo i các l c c a h l c $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ thành l c giò và l c l t, mòmèn t òng òng c a chúng là mòmèn giò và mòmèn l t.

Điều kiện cân bằng cần bằng của vật rắn là:

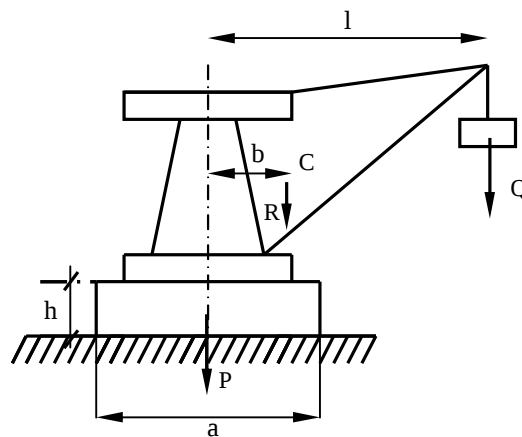
$$M_{gi\ddot{o}} > M_{l\grave{a}t} \text{ hay } K = \frac{M_{gi\ddot{o}}}{M_{l\grave{a}t}} > 1$$

K: Hệ số an toàn chống lật.

Ví dụ

Cần trục đứng có gầu chát vùi móng bằng đá. Trạng lượng cần trục $R = 40 \text{ KN}$ và đầu C cách trục cần trục 1 đơn vị $b = 0,75 \text{ m}$. Cần trục nâng tải trọng $Q = 25 \text{ KN}$ cách trục móng đơn vị $l = 4 \text{ m}$. Móng đá có diện tích đáy là hình vuông cạnh $a = 2 \text{ m}$, trạng lượng riêng đáy móng $\gamma = 20 \text{ KN/m}^3$. Xác định chiều cao h của móng để hệ số an toàn $k = 2$.

Giải



$$\text{Hệ số an toàn } k = 2 = \frac{M_{\delta}}{M_{l\grave{a}t}}$$

$$\begin{aligned} \text{Trong đó } M_{\delta} &= R\left(\frac{a}{2} - b\right) + P \cdot \frac{a}{2} \\ &= Ra + Pa - 2Rb \end{aligned}$$

$$M_l = Q\left(1 - \frac{a}{2}\right) = 2Ql - Qa$$

$$\Rightarrow \frac{Ra + Pa - 2Rb}{2Ql - Qa} = 2$$

$$\text{mà } P = \gamma a^2 h$$

$$\Rightarrow h = \frac{2(2Ql - Qa) - Ra + 2Rb}{a \cdot \gamma}$$

$$h = \frac{2(2 \cdot 25 \cdot 4 - 25 \cdot 2) - 40 \cdot 2 + 2 \cdot 40 \cdot 0,75}{2 \cdot 20 \cdot 4}$$

$$h = 1,75 \text{ m}$$

